

**Asignación de gasto público en educación en un modelo  
macroeconómico OLG.**

**Aplicación al caso de Uruguay**

**Sebastián Villano Rey**

**(Departamento de Economía – Universidad de la República)**

sebastianvillano@gmail.com

## **Abstract**

For many years both the political and the national public agenda have been aware of the problems within the public education sector. While the Uruguayan education system is subject to various criticisms, this study addresses aspects of the allocation of public resources and its impact on skills development.

This paper, utilizing an overlapping generations (OLG) macroeconomic model for a small and open economy, analyzes, what is the impact of the allocation of public expenditure on education on the stock of human capital. Assuming a hierarchical education system in an equilibrium framework, the model analyzes the impacts of public policies on the agent's microeconomic decisions and the macroeconomic effects.

The results show that an increase in resources allocated for education as well as an improvement in the efficiency of the education system would have positive impacts on the generation of human capital and development. At the same time the formation of human capital can be impacted, in the face of fiscal austerity, solely with the reallocation of resources between different tiers of education.

It is concluded that in order for the education system to generate human capital capable of stimulating economic growth, it is necessary to ensure a basic alignment of the different types of public policy that affect individual microeconomic incentives. Furthermore, it is noted that the impact of public policy on the generation of human capital depends on the relation between the levels of private and public spending on education.

**JEL classification:** D91; E25; H52

**Keywords:** hierarchical education system, public spending in education, human capital, overlapping generations model (OLG), Uruguay.

## **Resumen**

Desde hace años la agenda política y pública nacional está pendiente de los problemas en el sector de la educación. Si bien son varios los frentes de crítica a los que el sistema educativo uruguayo es sometido, este trabajo aborda la problemática educativa asociada a formación de capital humano.

Se utiliza un modelo macro de generaciones solapadas para una economía pequeña y abierta, para estudiar ¿Cuál es el impacto de la asignación de gasto público en educación sobre la generación de capital humano? Suponiendo un sistema educativo jerárquico, en un marco de equilibrio, se analizan los impactos de la política pública sobre las decisiones microeconómicas de los agentes y sus efectos macroeconómico.

Los resultados obtenidos muestran que tanto un incremento de recursos destinados a la educación como una mejora en la eficiencia del sistema educativo tienen impactos positivos sobre el stock de capital humano, que a su vez, puede ser afectado por la sola reasignación de recursos entre niveles educativos.

Se concluye que para que el sistema educativo genere el capital humano capaz de impulsar el crecimiento económico, es necesario contar con una alineación mínima de los diferentes tipos de políticas públicas que afecten los incentivos microeconómicos de los individuos. Asimismo se observa que el efecto de las políticas públicas sobre la generación de capital humano depende del grado de interrelación entre el gasto privado y el gasto público en educación.

**Clasificación JEL:** D91; E25; H52

**Palabras clave:** sistema educativo jerárquico, gasto público en educación, capital humano, modelo de generaciones solapadas (OLG), Uruguay.

## INDICE

<b>I. Introducción</b> .....	<b>1</b>
I.1. Presentación .....	1
I.2. Antecedentes .....	2
<b>III. Modelo teórico</b> .....	<b>3</b>
1- Ciclo vital de los individuos .....	3
2- Formación del capital humano y sistema educativo jerárquico .....	4
3- Capital humano agregado y presupuesto del gobierno .....	7
4- Función de utilidad .....	9
5- Producción y movilidad de factores .....	10
6- Equilibrio competitivo .....	11
7- Solución de equilibrio y derivaciones del modelo .....	11
<b>IV. Simulación del escenario base</b> .....	<b>14</b>
<b>V. Resultados del trabajo</b> .....	<b>17</b>
<b>VI. Conclusiones</b> .....	<b>20</b>
<b>Bibliografía</b> .....	<b>21</b>
<b>Anexos</b> .....	<b>24</b>
A. Anexo metodológico .....	24
B. Anexo de cuadros y datos .....	30

## **I. Introducción**

### **I.1. Presentación**

En la última década Uruguay ha incrementado sensiblemente los recursos públicos dirigidos a la educación, pasando del 3,2% del PIB en 2004 al 4,4% del PIB en 2014, sin embargo, esta cifra puede ser considerada baja a nivel internacional. En este marco se ha instalado en el país un debate acerca del volumen de recursos públicos que debería destinarse al sistema educativo, así como la forma más eficiente de utilizarlos.

Esta investigación, en la medida en que propone respuestas a siguientes interrogantes: ¿cómo impacta la asignación de gasto público en los diferentes niveles educativos sobre la generación de capital humano?, y ¿cuáles son los factores que inciden en la generación de capital humano, además de la política de gasto en educación?, pretende aportar sustrato académico a algunas aristas de la discusión planteada.

Para ello, el trabajo se basa en el modelo macro de generaciones solapadas con fundamentos microeconómicos para una economía pequeña y abierta, desarrollado por Viaene y Zilcha (2013), aplicado al caso uruguayo en el año 2013. En él se caracterizan a los equilibrios competitivos no estacionarios definiendo un escenario base, que comprende las principales variables económicas intervinientes en la decisión de educación de los individuos. En base a esto, se realizan diferentes ejercicios de simulación de política, como ser: incremento de recursos destinados a la educación, asignación del presupuesto público entre niveles educativos y mejora en la eficiencia del sistema; analizando el impacto predicho por el modelo sobre la generación de capital humano.

Los principales resultados obtenidos son los siguientes:

- a) Las políticas de reasignación de recursos por niveles pueden tener importantes impactos en la generación de capital humano, no obstante, los efectos de reasignación de gasto son indeterminados si no se conoce el grado de relación entre estas variables.
- b) Si el subsidio público al nivel superior no afecta las decisiones de gasto y ahorro de las familias, un aumento de recursos al nivel básico genera mayor capital humano. Al contrario, si el subsidio es absorbido por los agentes e incorporado en su problema de maximización, un mayor subsidio a nivel superior incentiva la formación y la acumulación capital humano.

- c) El incremento de gasto público destinado a la educación y una mejora de la eficiencia del sistema educativo favorecen la generación de capital humano sin importar el grado de sustitución del gasto privado en educación por gasto público.
- d) Las decisiones de educación de los individuos y la generación de capital humano dependen de múltiples factores además de los expresamente educativos, como ser: los salariales, financieros, impositivos, entre otros, que a su vez, son afectados por las políticas públicas.

El artículo se compone de cinco partes organizadas de la siguiente manera: la primera parte sistematiza algunos antecedentes relacionados al tema. La segunda explicita el modelo teórico base. La tercera establece los valores de los parámetros del modelo en el escenario base. La cuarta parte presenta los ejercicios de simulación de políticas y resume los principales resultados. Por último, la quinta parte contiene las conclusiones.

## **I.2 Antecedentes**

Los modelos de crecimiento endógeno establecen o destacan un vínculo causal entre el incremento la inversión o del stock en capital humano, una mayor productividad y la tasa de crecimiento de la economía. Ello provoca un efecto positivo sobre los ingresos de los individuos y su desarrollo (Lucas E. 1988; Romer P. 1994). Para alcanzar logros educativos que contribuyan al desarrollo económico, existe consenso en la literatura acerca de que tan importante como el nivel de los recursos que se destinan a la educación es la eficiencia en su asignación (Hanushek 2002).

En este trabajo se consideró como base teórica al modelo desarrollado por Viaene y Zilcha (2013) cuyos supuestos y estructura pueden adaptarse mejor a la realidad bajo análisis. Los autores estudian las condiciones bajo las cuales la inversión pública en la educación superior es eficiente y deseable políticamente. Concluyen que estas condiciones dependen de las características subyacentes de la economía, como el costo y productividad del sistema de educación superior. Además encuentran ineficiente destinar los recursos públicos al nivel superior, subsidiando a algunos estudiantes, cuando estos recursos pueden destinarse al nivel básico, beneficiando a todos los estudiantes.

Algunas de las características del modelo desarrollado en este trabajo han sido analizadas anteriormente. Particularmente, Driskill y Horowitz (2002) estudian la inversión óptima en capital humano, en un modelo de tipo jerárquico y encuentran que el programa óptimo exhibe una no-monotonidad en los stocks de capital humano. Blankenau (2005) encuentra un nivel crítico de gasto por encima del cual la educación superior debe ser subvencionada y su impacto

en el crecimiento es positivo. Arcalean y Schiopu (2010) estudian la interacción entre el gasto público y privado en un sistema educativo de dos etapas. Se muestra que para maximizar el crecimiento, la mayor parte de los recursos públicos deben ser destinados al sistema escolar independientemente del tamaño del presupuesto público

Su (2004) hace hincapié en la eficiencia y en la desigualdad del ingreso en un sistema educativo jerárquico. Estudia los efectos sobre el crecimiento de la introducción de subsidios a la educación superior, mientras que el presupuesto total asignado a la educación básica y la educación superior es fijo. Utilizando un modelo de educación de dos etapas, observa que cuanto menor es la calificación promedio en una economía, como es el caso de muchos países menos desarrollados (PMD), mayores son los beneficios que se derivan de la financiación de la educación total o pública básica en lugar de la educación superior.

Para el caso de Uruguay, Patrón y Vaillant (2012) consideran como el ratio entre el stock de trabajadores calificados y no calificados, tiene un importante papel para explicar el desarrollo de una sociedad. Se plantean si ¿puede la política educativa afectar a la evolución de esta relación? Usando un modelo de educación jerárquica estilizada, muestran que si puede, y que el efecto de la política educativa para un determinado nivel de presupuesto depende de la regla de asignación a través de los diferentes niveles del sistema educativo, sobre todo en presencia de ineficiencia sistémica

## **II. Modelo teórico**

En esta sección se desarrollan las principales ecuaciones y supuestos del modelo basado en Viaene y Zilcha 2013 (V&Z 2013). Se especifica primero el ciclo de vida y las preferencias de los individuos. Se define el proceso de formación de capital humano y la estructura del sistema educativo. Se muestran las variables en términos agregados y se relacionan a nivel micro para los agentes que definen la función de utilidad y de producción para derivar luego su comportamiento óptimo y el equilibrio competitivo. Finalmente se derivan las principales implicancias y resultados del modelo.

### **1- Ciclo vital de los individuos**

Sea una economía de generaciones solapadas con un continuo de individuos en cada generación. Cada individuo pertenece a un hogar o familia caracterizada por un apellido  $\omega \in [0,1]$  donde  $\Omega = [0,1]$  denota el conjunto de todas las familias de cada generación y  $\mu$  la medida de

Lebesgue<sup>1</sup> en  $\Omega$ . Cada individuo vive tres períodos: un período de estudio, un período de trabajo y un período de jubilación.

Durante la primera etapa cada individuo se dedica a su educación / formación, pero no toma ninguna decisión económica como ser: la escolarización, el consumo o el ahorro. La juventud es seguida por la edad adulta que se divide en dos períodos: las personas son económicamente activas durante el período de trabajo y luego entran en el período de jubilación. Los individuos dan a luz a un hijo al inicio de su período de trabajo de tal manera que el crecimiento demográfico es cero. Por lo tanto, en cualquier fecha  $t$  coexisten tres generaciones en una misma familia. El análisis se centra en el comportamiento óptimo de cada padre o adulto en el período  $t$  cuyas decisiones afectan al capital humano de sus hijos en el período  $t + 1$ .

## 2- Formación del capital humano y sistema educativo jerárquico

$L_t$  denota a todos los niños nacidos en el inicio del período  $t$ , siendo  $h_{t+1}(\omega)$  es el capital humano del individuo de apellido o familia  $\omega$ , al comienzo del período de trabajo de la generación nacida en  $t$ . Suponemos que  $h_{t+1}(\omega)$  es alcanzado mediante un proceso de producción jerárquico de capital humano como en Restuccia y Urrutia (2004). Un niño o joven obtiene sus habilidades generales de la educación básica y puede, además, adquirir habilidades especializadas en la educación superior. La capacidad innata de un individuo  $\omega \in L_t$ , denotado por  $\theta_t(\omega)$ , se supone que es aleatorio y dado (en el nacimiento) en una distribución independiente del tiempo. Es decir, suponemos que las capacidades son una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuidas entre los individuos en cada generación y en el tiempo.

La literatura empírica ha establecido que los diversos aportes y conocimientos transmitidos por los padres junto con los del sistema educativo formal son factores claves que afectan el capital humano del individuo  $\omega$  mientras asiste a la educación obligatoria. Ver por ejemplo Harbison y Hanushek (1992), Hanushek (1995), Rivkin, Hanushek y Kain, (2005), entre otros<sup>2</sup>. Ambos insumos se incluyen en el proceso de formación de capital humano:

$$h_{1t+1}(\omega) = \theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^{\xi} \quad (1)$$

Donde  $h_{1t+1}(\omega)$  es el capital humano básico que incorpora un joven nacido en  $t$ ;  $h_t(\omega)$ , es sinónimo de capital humano de los padres, nacidos en  $t - 1$  y  $X_t$  representa la inversión pública durante la juventud de la persona en la educación obligatoria.

---

<sup>1</sup> Extraído del trabajo original de V&Z (2013).

<sup>2</sup> Más bibliografía referida al tema en Moreira M., Patrón R. y Tansini R. (2007).



“Las elasticidades  $\nu$  y  $\xi$  representan la eficacia del capital humano de los padres en sus esfuerzos en pro de educar a sus hijos, y la eficiencia de la educación pública en la generación del capital humano respectivamente:  $\nu$  se ve afectada por la educación en la casa y antecedentes familiares, mientras que  $\xi$ , es afectada por el sistema escolar, los maestros, el tamaño de las clases, infraestructura, barrio, etc.” (V&Z 2013: 79).

Este proceso de formación de capital humano es una representación de la compleja interacción entre la capacidad innata, la dinámica familiar y la intervención pública. Es fundamental la influencia sobre el individuo del ambiente familiar que es específico a cada  $\omega$  través del capital humano parental individual y de los recursos públicos invertidos en educación pública, que son comunes a todos.

En este modelo el capital humano influye en el nivel de producción de la economía presente y futura. En el nivel presente dado que forma parte de la función de producción contemporánea. En el nivel futuro dado que el capital humano hoy es una variable que explica (a nivel de las familias) la acumulación de capital humano que transmiten a sus hijos. Esta decisión a nivel micro de las familias tiene repercusiones agregadas en la función de producción de la economía a futuro. Este es el motor de la dinámica endógena del modelo.

Como ya se mencionó, el sistema educativo se compone de dos niveles, uno obligatorio, donde el joven adquiere la formación y capacidades básicas, de financiamiento exclusivamente público y un nivel superior o terciario, el cual es optativo y se compone de financiamiento público y privado, proveniente de los hogares.

El acceso a la educación superior es costoso y entre otros costos incluye, pago de una tasa de matrícula y cuota en cada período  $t$ , que se denota  $m_t^*$ . Con este supuesto (Sup.1), asumimos que las instituciones de educación superior cobran una matrícula que es igual al costo total para educar a cada estudiante. El gobierno puede participar en el costo de la educación superior mediante subsidios al valor de la matrícula y financiar estos subsidios gravando el salario de las personas que trabajan. Denotemos con  $g_t$  a la asignación del gobierno (o subsidio público) a cada estudiante que desee alcanzar habilidades adicionales a través del sistema de educación superior. Por lo tanto:

$$m_t(\omega) = m_t = m_t^* - g_t \quad (2)$$

Es el pago neto que cada individuo (hogar) paga para que en el período  $t$  un estudiante de ese hogar pueda acceder a la educación superior.

En el modelo original el valor de la matrícula es una variable exógena, dada por el mercado, lo que implica suponer una perfecta sustitución entre el gasto privado y gasto público a nivel terciario. Este trabajo agrega flexibilidad al supuesto original del modelo incorporando la hipótesis de que el gasto privado a nivel terciario presenta cierto grado de rigidez o independencia respecto al gasto público, y por lo tanto un menor grado de sustitución entre el gasto privado en educación y el gasto público. Esta alternativa supone que el subsidio público no es alcanzado por las familias, y por tanto no afecta su decisión de gasto en educación terciaria<sup>3</sup>:

El costo de la educación superior es la misma para todos los estudiantes de la misma generación. Para simplificar, suponemos que la matrícula y financiación pública están denominados en dólares del período de trabajo del estudiante y la educación se financia con un impuesto de tasa fija ( $\tau$ ) sobre los ingresos salariales.

Suponemos que la educación superior aumenta con las habilidades básicas del individuo por un factor  $B > 1$ , asociado en la literatura a la prima por calificación o *skill premium*.  $B$  es producto del uso de los distintos recursos y tecnología asociados al sistema educativo y, por lo tanto, es otro canal por el cual se manifiesta la eficiencia del sistema.

Vale notar que implícitamente el modelo supone homogeneidad entre todos los individuos que alcanzan a cursar el nivel superior, sin distinguir aquellos que efectivamente culminan su formación de los que no. Siguiendo al modelo original consideramos  $B$  como dado e independiente del tiempo.

Así, si el individuo  $\omega$  invierte dinero  $m_t$  para financiar la matrícula y el joven asiste a la educación superior, entonces, su capital humano crece a:

$$h_{t+1}^s(\omega) = Bh_{1t+1} = B\theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^\xi \quad (3)$$

y se le denomina trabajador calificado (denotado por  $s$ ). En contraste, si un individuo  $\omega \in L_t$  no asiste a la educación superior, su capital humano está determinado únicamente por la educación obligatoria, las habilidades innatas y el capital humano de sus padres:

$$h_{t+1}^l(\omega) = h_{1t+1} = \theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^\xi \quad (3')$$

Llamamos a este individuo un trabajador de baja calificación (denotado por  $l$ ). En lugar de asistir a alguna institución de educación superior después de finalizada su educación básica, un individuo poco calificado trabaja durante parte de su juventud con las habilidades básicas que

---

<sup>3</sup> Ver desarrollo de este supuesto en apartado IV. Resultados del trabajo y en el anexo metodológico-Supuesto 1.

adquirió, las cuales figuran en la Ec. (3'). Suponemos que todas las personas de baja calificación trabajan durante una parte  $j$  ( $0 \leq j < 1$ ) de su juventud. Además trabajan plenamente, desde el período  $t + 1$ , por lo tanto los ingresos salariales que obtiene un trabajador poco calificado  $\omega$  en su ciclo vital, después de los impuestos al salario son:

$$(1 - \tau)h_{t+1}^l(\omega)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] \quad (4)$$

Donde  $(1 + r_{t+1})$  es el retorno del capital en el periodo  $t + 1$ ;  $w_t$  y  $w_{t+1}$  son los salarios por unidad de trabajo efectivo en la fecha  $t$  y  $t + 1$  respectivamente. Por su parte, los ingresos salariales después de impuestos de un trabajador calificado derivados del trabajo sólo durante el período  $(t + 1)$  son:

$$(1 - \tau)h_{t+1}^s(\omega)w_{t+1} \quad (4')$$

### 3- Capital humano agregado y presupuesto del gobierno

Teniendo en cuenta las ecuaciones. (3) y (3') es sencillo obtener el capital humano agregado que está disponible en la economía en el período  $t$ . Denotemos con  $A_t$  el subconjunto de los individuos en  $L_t$  que son calificados y sea  $\sim A_t$  el complemento de  $A_t$ , es decir, el conjunto de individuos de baja calificación. Entonces:  $L_t = L(A_t) + L(\sim A_t)$ . Por lo tanto:

$$H_t = \int_0^1 h_t(\omega) d\mu(\omega) + j \int_{\sim A_t} h_{t+1}^l(\omega) d\mu(\omega) \quad (5)$$

El stock de capital humano del periodo corriente ( $H_t$ ) es la suma de dos términos, asociados a dos generaciones diferentes: la primer integral es el capital humano agregado de todos los individuos nacidos en  $t - 1$  y laboralmente activos en el momento  $t$ , mientras que la segunda integral representa el capital humano de los jóvenes nacidos en  $t$  que no asisten a la educación superior y por lo tanto se vuelcan al mercado de trabajo por un tiempo  $j$  de su juventud (el conjunto  $\sim A_t$ ).

Recordando la Ec. (3) donde se determina el capital humano calificado, observamos que el capital humano agregado se maximiza cuanto mayor sea la proporción de mano de obra calificada en relación a no calificada.

En forma simplificada podemos expresar los ingresos tributarios del gobierno como:  $\tau w_t H_t$  donde  $H_t$  se definió en la Ec. (5). En el otro lado de la hoja de balance, el gobierno hace frente al gasto total en educación (en ambas etapas). Llamemos a:

$$E_t = \tau w_t H_t = \tau w_t \left( \int_0^1 h_t(\omega) d\mu(\omega) + j \int_{\sim A_t} h_{t+1}^l(\omega) d\mu(\omega) \right) \quad (6)$$

$E_t$ , la recaudación pública total destinada para la educación,  $G_t = g_t L(A_t)^4$ , el gasto total público en educación terciaria y  $X_t$  el gasto público en educación a nivel obligatorio, que reciben de igual manera, todos los individuos de la misma generación.

Las ecuaciones (5) y (6) reflejan la endogeneidad existente entre los ingresos fiscales y la formación de capital humano, en particular vincula dos generaciones, una activa plenamente y otra en etapa de formación.

Recordando que  $L_t = L(A_t) + L(\sim A_t)$  cada individuo que se vuelva un trabajador calificado en  $t + 1$  dejará de ser mano de obra no calificado también en  $t$ . Si el gobierno incentiva la asistencia de jóvenes al nivel superior, por ejemplo mediante el incremento de subsidios, esto impactará en sus finanzas por el lado de sus gastos pero también de los ingresos, debido a que los jóvenes que estaban trabajando y van a estudiar, dejan de ser aportantes mientras estudian (disminuye  $H_t$ ), generando un mayor déficit en las cuentas fiscales durante el período  $t$ .

Existe entonces una proporción de los trabajadores activos en  $t$  que financian el sistema educativo, pero su permanencia como aportantes está sujeta a incertidumbre y sus decisiones de optimización tienen impacto sobre las finanzas públicas y el producto agregado de hoy y del próximo período.

Trabajamos con el supuesto de que el presupuesto del gobierno en el período  $t$  mantiene su presupuesto equilibrado entonces, se cumple la siguiente igualdad:

$$E_t = X_t + G_t \quad (7)$$

Decimos que una política educativa  $\{(X_t, G_t)\}$ , es factible si en cada período  $t$ :

- a) Dado  $X_t$  y  $G_t$ , el conjunto de individuos calificados  $A_t$  está determinada por la “elección óptima” de cada individuo y
- b) la condición (7) se cumple en todos los períodos  $t$ .

Se define:

$$Z_{t+1}(\omega) = \theta_t(\omega) h_t(\omega)^v \quad (8)$$

que denominamos como la dotación inicial de  $\omega$ . Es el producto de la capacidad por un lado y el del capital humano de los padres por otro y, representa la formación que un individuo joven

---

<sup>4</sup> A diferencia del modelo original, para una mejor aplicación y simplicidad de comprensión consideramos que el subsidio universitario alcanza a todos los universitarios y no solo a una proporción, como suponen V&Z (2013).

hereda antes de recibir cualquier tipo de educación. Empíricamente se ha demostrado que ambos factores son esenciales en la formación del capital humano de los jóvenes. (Hanushek y Woessmann 2010).

“En nuestro marco, esta “dotación inicial” es importante, ya que es el principal instrumento mediante el cual los individuos toman la decisión de asistir la educación terciaria. En general, la función de distribución de  $Z_{t+1}(\omega)$ <sup>5</sup> que sobre el continuo de individuos tiene una compleja derivación a partir de las variables subyacentes. Sin embargo, bajo nuestros supuestos, la capacidad (habilidad) es un proceso aleatorio, independiente del tiempo e idénticamente distribuido, i.i.d, y dada la distribución del capital humano de la generación anterior, es posible derivar la distribución  $Z_{t+1}(\omega)$ .” (V&Z 2013: 80).

#### 4- Función de utilidad

Existen diferentes visiones sobre la presencia de transferencias intergeneracionales. Estas transferencias son motivadas por el altruismo de los padres hacia los hijos y pueden ser expresadas de diferentes maneras. Suponemos que los padres se preocupan por el futuro de sus hijos y derivan utilidad directamente del ingreso que perciben sus hijos, incorporando esta variable en su función de utilidad. Tomamos la utilidad intertemporal de cada individuo  $\omega$  representada por una función de tipo Cobb-Douglas:

$$U_t(\omega) = (c_t^a(\omega))^{\alpha_1} (c_t^r(\omega))^{\alpha_2} (y_{t+1}(\omega))^{\alpha_3} \quad (SUP.2)$$

El consumo mientras esta “activo” y “jubilado” se denotan por  $C_t^a(\omega)$ ,  $C_t^r(\omega)$  respectivamente;  $y_{t+1}(\omega)$  es el ingreso de por vida de la descendencia. Las transferencias intergeneracionales que surgen de los motivos altruistas, representados en (Sup.2) pueden adoptar tres formas. En primer lugar, los padres financian mediante impuestos la educación básica que reciben los jóvenes y como resultado, para mejorar su capital humano. En segundo lugar, los padres están dispuestos a contribuir a los gastos de matrícula que permiten el acceso a la educación superior. Por último, en virtud de las preferencias anteriores, los padres realizan transferencias directamente en activos físicos o monetarios.

Denotemos por  $b_t(\omega)$  la transferencia de capital físico desde padre para su hijo, nacido en  $t$ . Teniendo en cuenta el rendimiento del capital y los salarios  $\{r_t, w_t\}$ , el tiempo de vida sin ingresos salariales de un hijo, ya sea calificado o poco calificado, es  $(1 + r_{t+1})b_t(\omega)$ . Por lo tanto, los ingresos de por vida de un trabajador de baja calificación son:

---

<sup>5</sup> Para un mayor detalle ver el modelo original en Viaene y Zilcha (2013).

$$y_{t+1}^l(\omega) = (1 - \tau)h_{t+1}^l(\omega)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] + (1 + r_{t+1})b_t^l(\omega) \quad (9)$$

Por el contrario, si es un trabajador calificado:

$$y_{t+1}^s(\omega) = (1 - \tau)h_{t+1}^s(\omega)w_{t+1} + (1 + r_{t+1})b_t^s(\omega) \quad (9')$$

### 5- Producción y movilidad de factores.

Para simplificar y focalizar nuestro análisis, se supone al igual que el modelo original que la producción se lleva a cabo por empresas competitivas que producen un solo bien que se utiliza tanto para consumo como para insumo de producción. El capital físico  $K_t$  (asumimos que se deprecia totalmente) y el capital humano efectivo,  $H_t$  (calculado en la Ec. (5)) son insumos de una función de producción neoclásica que presenta rendimientos constantes a escala y es estrictamente creciente y cóncava.

Se considera una economía pequeña y abierta que, a partir de la fecha  $t = 0$ , se integra con el resto del mundo de dos maneras. En primer lugar, el bien final se comercia libremente lo que implica un precio único en todo el mundo. Segundo, el capital físico se supone que es internacionalmente móvil mientras que el trabajo es internacionalmente inmóvil.

En consecuencia, se espera que el capital físico se mueva entre las economías desde donde hay un menor rendimiento hacia donde es mayor, hasta que se iguale su producto marginal. Con este supuesto,  $\{r_t\}$  debe ser igual a la tasa de interés externa. Con los precios de los bienes similares y las tasas de interés iguales, el salario doméstico debe ser igual a los salarios en el exterior, siempre y cuando las tecnologías de producción sean idénticas. En este marco un incremento de  $H_t$  aumenta los retornos marginales del capital físico y por tanto ingresa capital externo, logrando un incremento del producto agregado debido al aumento de ambos insumos.

Si el capital humano de un individuo calificado es mayor a de uno no calificado<sup>6</sup>, dada una política que incentive la asistencia de los jóvenes a la educación superior, en lugar de trabajar como agentes no calificados en el período actual. Entonces, el stock de capital humano disponible ( $H_t$ ) disminuye en el período  $t$  y la economía observa una salida en el flujo de capital físico, disminuyendo la producción durante el período actual a cambio de disponer de mayor capital humano a futuro.

---

<sup>6</sup> Esta condición está desarrollada y justificada más adelante, en la Ec (12).

## 6- Equilibrio competitivo

Dada  $K_0, H_0$ , la política educativa  $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^{\infty}$ , los precios internacionales del capital y trabajo y la tasa del impuesto  $\tau$ , cada individuo de la familia  $\omega$  en el momento  $t$ , con transferencias intergeneracionales  $b_{t-1}(\omega)$  elige el nivel de ahorro  $s_t(\omega)$  y el legado  $b_t(\omega)$  junto con la inversión financiera en educación superior  $m_t(\omega)$ , para maximizar la utilidad respecto al ahorro, la herencia y el gasto privado en educación terciaria.

Es importante destacar que cuando un individuo adulto optimiza su utilidad el ingreso que dispone esta dado en función de la decisión de su padre. Este individuo decide ahorrar para consumir cuando este retirado y la sustitución que hace entre consumir hoy y el legado que deja a su descendencia. Como se vio al inicio del modelo, el padre influye con sus decisiones sobre el ingreso de su hijo pero no sobre su propio ingreso presente, el de la generación adulta. Por último, también hay una sustitución en la decisión de enviar a estudiar a su hijo a la educación superior o no, para lo cual se requiere completar el pago de matrícula universitaria dada, y el subsidio dado. Esta decisión no es sobre una variable continua (como nivel de ahorro o de legado) si no discreta, mandar o no mandar a estudiar a la educación superior. Luego de la resolución del problema de maximización<sup>7</sup>, la forma reducida del ingreso para un individuo calificado o poco calificado es:

$$y_{t+1}^l(\omega) = \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1-\tau)[jw_t(1+r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1+r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi + y_t(\omega) \right\} \quad (10)$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1-\tau)w_{t+1}}{(1+r_{t+1})} B Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi - (m_t^* - g_t) + y_t(\omega) \right\} \quad (10')$$

En las siguientes secciones, ambas expresiones para los ingresos serán cruciales para dividir la fuerza de trabajo entre trabajadores calificados y poco calificados y serán determinantes en las preferencias políticas de los individuos.

## 7- Solución de equilibrio y derivaciones del modelo

### 7. i- Decisión Educación

A partir de las condiciones de primer orden y sustituidas en la función de utilidad de los agentes<sup>8</sup> obtenemos la siguiente función de utilidad indirecta:

$$U_t(\omega) = \Phi \left( \frac{1}{1 + r_{t+1}} \right)^{\alpha_1} [y_{t+1}(\omega)]^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \quad (11)$$

<sup>7</sup> El problema de maximización se plantea en anexo para facilitar la lectura del trabajo Ver anexo metodológico (Aclaración 1).

<sup>8</sup> Ver anexo metodológico. Sustituimos las ecuaciones  $c_t^a(\omega) = (\alpha_1/\alpha_2)y_{t+1}(\omega)/(1 + r_{t+1})$  y  $c_t^s(\omega) = (\alpha_1/\alpha_2)y_{t+1}(\omega)$ . en la ecuación (11\*) del programa de maximización de los agentes.

Donde parámetro  $\Phi$  es una constante independiente de tiempo e independiente de  $\omega$ . Por lo tanto la Ec. (11) es una expresión que representa la utilidad tanto de los herederos calificados como no calificados. La forma reducida de la utilidad de los padres es ahora proporcional al ingreso de por vida de sus hijos.

Por lo tanto, si los recursos hacia la educación son asignados por un planificador social utilitarista que maximiza la suma actual de las utilidades individuales, maximiza al mismo tiempo el ingreso agregado de la generación siguiente. Haciendo uso de la Ec. (11), el siguiente resultado define la proporción de la población que va a recibir la educación superior y a convertirse en mano de obra calificada.

Sea  $A_t$  el conjunto de individuos que eligen invertir en educación superior en el período  $t$ . Entonces, una condición necesaria para que  $A_t$  sea no vacío es que los ingresos salariales esperados de un trabajador calificado sean superiores a los de uno no calificado.

$$Bw_{t+1} > j(1 + r_{t+1})w_t + w_{t+1} \quad (12)$$

Esta ecuación garantiza que ingreso salarial en el período  $t + 1$  de algunos jóvenes cuando son calificados será estrictamente mayores que sus ingresos salariales en  $t + 1$  cuando son poco calificados<sup>9</sup>. Suponiendo que la condición (12) se mantiene, si igualamos las utilidades obtenemos el umbral que separa a los individuos que no van a ir a la estudiar a la educación superior de los que sí lo harán<sup>10</sup>:

$$\Lambda_t = \left( \frac{1}{1 - \tau} \right) \left[ \frac{1}{(B - 1) \frac{w_{t+1}}{1 + r_{t+1}} - jw_t} \right] \left( \frac{m_t^* - g_t}{X_t^\xi} \right) \quad (12')$$

Entonces, dada la distribución de  $Z_{t+1}(\omega)$  se define al continuo de estudiantes que van a asistir a la educación superior como:

$$A_t = \{\omega \mid Z_{t+1}(\omega) \geq \Lambda_t\} \quad (13)$$

Considerando todas las personas con las dotaciones iniciales superiores a  $\Lambda_t$  se convierten en trabajadores calificados. Por lo tanto, todo  $\omega \in L_t$  con una dotación inicial superior a  $\Lambda_t$  invertirá en la educación superior y se convertirá en mano de obra calificada mientras que los otros individuos cuyos hijos tienen una dotación inicial inferior a  $\Lambda_t$  no van a invertir en la educación superior y, por lo tanto, se convierten en personas poco calificadas<sup>11</sup>.

---

<sup>9</sup> Alternativamente parámetro  $B$  representa también la diferencia de salarios entre una educación especializada trabajador con un título universitario en relación con la de un trabajador de baja calificación con al menos educación secundaria. Ver Hotchkiss y Shiferaw (2011) y las referencias en él para la medición y estimación metodologías de la brecha salarial según nivel educativo.

<sup>10</sup> Ver anexo metodológico (Demostración 1).

<sup>11</sup> Ver Viaene y Zilcha (2013), nota 6.



El conjunto  $A_t$  de las personas que optan por invertir en la educación superior depende de diferentes variables como el costo de la educación superior, el gasto público, la relación salarial sobre renta, entre otros. A su vez queda claro el importante rol que desempeñan los precios de los factores en la formación de tipos de trabajadores, garantizando que existan individuos calificados en cada generación. Se desprende de observar el umbral que existen diferentes derivaciones de políticas no exclusivamente educativas que afectan la decisión de educación de los individuos. Para los análisis siguientes, suponemos como dados y constantes en el tiempo los salarios, la tasa de interés y los parámetros  $j$  y  $B$ .<sup>12</sup>

## 7. ii- Asignación del gasto público por nivel

Debido a la interdependencia que existe entre algunas variables, el signo de algunos efectos de política sobre el parámetro  $\Lambda_t$  es indeterminado, por lo tanto es necesario derivar el efecto conjunto de la asignación del gasto manteniendo el presupuesto del gobierno equilibrado.

Analizamos el efecto de las variables de gasto del gobierno, resumido en la siguiente expresión:  $(m_t^* - g_t)/X_t^\xi$ . Si esta expresión aumenta entonces aumenta el umbral y por lo tanto se reduce la cantidad de individuos que deciden educar a sus hijos (el conjunto  $A_t$  se reduce)

Retomando las ecuaciones (6) y (7),  $E_t = X_t + G_t$  que es simplemente,  $E_t = \tau w_t H_t$ , una útil expresión abreviada de los ingresos fiscales del gobierno. Denotemos por  $\gamma_t, 0 \leq \gamma_t \leq 1$  la fracción de los ingresos del gobierno en el período  $t$  asigna a la educación obligatoria. Podemos desagregar el total del gasto educativo en sus dos niveles:

$$X_t = \gamma_t \tau w_t H_t = \gamma_t E_t \quad (14)$$

$$G_t = g_t L(A_t) = (1 - \gamma_t) \tau w_t H_t = (1 - \gamma_t) E_t \quad (15)$$

Destinar todos los recursos al nivel básico implica  $\gamma_t = 1$ , entonces el financiamiento de la educación superior es cero ( $g_t = 0$ ) y la educación terciaria es totalmente financiada por las familias. Por otra parte si  $g_t = m_t^*$ , la educación superior es completamente financiada por los fondos públicos y todos se van a calificar. Combinando las ecuaciones (14) y (15) tenemos la siguiente relación del gasto educativo privado a nivel terciario en relación al gasto educativo público a nivel básico:

$$\frac{(m_t^* - g_t)}{X_t^\xi} = \frac{m_t^* - (1 - \gamma_t) \tau w_t H_t / L(A_t)}{(\gamma_t \tau w_t H_t)^\xi} \quad (16)$$

Las derivaciones de esta condición se pueden ver en el Anexo metodológico.<sup>13</sup>

<sup>12</sup> Ver Viaene y Zilcha (2013), supuesto 2.

<sup>13</sup> Ver Anexo metodológico .Resultado 1, demostración y comentarios al modelo original.

### III. Simulación del escenario base.

En este apartado se describen las principales características del sistema educativo uruguayo, utilizando datos provenientes del INE; INEE, MEC, MEF (CGN), BCU, CEPAL y DGI, para el año 2013. Luego, se presentan algunos supuestos realizados a fin de ajustar los datos a las variables y parámetros del modelo en el escenario base, sobre el cual se realizarán los ejercicios de simulación de política.

El gasto público total en educación ascendió en el año 2013 a 2.658 millones de dólares, 4,4% del PIB<sup>14</sup>. La distribución por niveles educativos muestra que la enseñanza primaria concentra la mayor parte de los recursos, lo cual se asocia a una cobertura de alumnos superior a la de los otros niveles de enseñanza. Le sigue en importancia el gasto en educación media, terciaria y por último la educación sin nivel asociado<sup>15</sup>. En el cuadro 14 del anexo se presentan los datos del gasto público y privado normalizado por alumno.

Con el objetivo de simular con precisión el modelo, recordando que el nivel básico es financiado exclusivamente por recursos públicos, se decide excluir tanto el gasto privado como los estudiantes que asisten a centros privados en este nivel<sup>16</sup>. Partiendo del gasto público total en 2013, 2.658 millones de dólares, se excluyen 228 millones de dólares, dados que no puede asignarse específicamente a ningún nivel educativo. Los diferentes niveles del sistema se agrupan en dos grandes categorías de modo de adaptarlo al modelo teórico. El primer nivel agrupado lo denominamos “obligatorio” o “básico” y comprende los gastos destinados a primera infancia, primaria y enseñanza media básica y superior. El segundo nivel es el “terciario”, o “superior” e incluye la formación docente, el nivel terciario no universitario y el universitario. El parámetro  $\gamma$  representa la proporción de recursos destinados al nivel obligatorio y por tanto,  $(1 - \gamma)$  al terciario. En el escenario base tenemos que  $\gamma = 77,8\%$ , el gasto público total  $E_t = 2.430$ , el gasto público a nivel básico  $X_t = 1.892$ , y el gasto público hacia el nivel superior  $G_t = 539$ .

Trabajamos con el supuesto de que existe un valor de la matrícula y una cuota para asistir a la universidad o algún estudio terciario. Suponemos también que en el nivel terciario un alumno promedio recibe un subsidio  $g_t$  y paga un monto  $m_t$ . El costo de la matrícula y la cuota están sintetizadas en la variable  $m_t^*$  estimada como un promedio del gasto por estudiante en la

---

<sup>14</sup> Los valores se expresan todos los valores en dólares corrientes del año 2013, a un tipo de cambio promedio de 20,48.

<sup>15</sup> Se sigue la metodología de asignación del INEE 2014 (ver anexo del informe).

<sup>16</sup> El gasto privado y los alumnos que asisten al nivel obligatorio a centros privados son incorporados al análisis, agregándole complejidad al modelo, los resultados obtenidos de los ejercicios de simulación son similares a los presentados en el trabajo. Ver cuadro 6 en Anexo de cuadros y datos.

educación pública y privada<sup>17</sup>. Los valores del gasto por alumno según el prestador van desde 3,28 a 7,73 mil dólares por alumno según sean públicos o privados. Esto arroja una estimación del costo de la matrícula como promedio ponderado de 3,78 mil dólares. Como resultado en el escenario base tenemos,  $m_t^* = 3,77$ ; gasto privado por estudiante en terciaria,  $m_t = 0,86$ ; gasto público o subsidio por estudiante en universidad,  $g_t = 2,91$  y gasto público por estudiante en nivel obligatorio  $x_t = 2,98$ . El cuadro 1 refleja los parámetros mencionados.

**CUADRO 1. Gasto educativo global y por estudiante según niveles del modelo.**  
(Valores en USD)

Niveles	Gasto (millones)			Alumnos matriculados	Gasto por estudiante (miles)		
	publico	privado	total		publico	privado	total
Obligatoria	1.892	613	2.505	761.476	2,48	0,80	3,29
Terciaria	539	160	699	185.129	2,91	0,86	3,78
<b>Total</b>	<b>2.430</b>	<b>773</b>	<b>3.203</b>	<b>946.605</b>	<b>2,57</b>	<b>0,82</b>	<b>3,38</b>

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF

Existen diferentes maneras de medir la eficiencia educativa. En este trabajo se estableció el criterio de haber finalizado el nivel secundario con una edad de entre 27 a 29 años, siendo este un nivel de cohorte coherente a los ciclos de vida definidos en el modelo.<sup>18</sup> La eficiencia del nivel obligatorio es representada por  $\xi$ , que mide la proporción de estudiantes que finalizó la educación media. Así,  $\xi = 1 - \vartheta$ , donde  $\vartheta$  representa la tasa de reprobación y/o abandono del sistema educativo en el nivel obligatorio<sup>19</sup>, resultando  $\vartheta = 61,5\%$  y  $\xi = 38,5\%$

El parámetro  $B$  representa el diferencial salarial que reciben o esperan recibir un trabajador calificado respecto a uno no calificado. El mismo se estima considerando la media de los salarios de ambos tipos de trabajadores.<sup>20</sup> Al igual que el caso del salario, este parámetro es exógeno en nuestro modelo y no es afectado como consecuencia de las políticas a analizar. Sin embargo se debe tener presente que las políticas específicas sobre la redistribución del ingreso y en particular de los salarios afectan las decisiones de optimización de los individuos. Recordando que trabajamos con equilibrio fiscal,  $E_t = \tau w_t H_t$ , el parámetro  $\tau$  representa la tasa de impuesto que se aplica sobre los trabajadores para financiar el gasto en educación.<sup>21</sup> En la simulación para el caso uruguayo se considera que el presupuesto público total (y por tanto el

<sup>17</sup> En anexo se discute sobre la evidencia empírica del Supuesto 1.

<sup>18</sup> Si seleccionamos cualquier cohorte más bajo, entiéndase, somos más exigentes con la edad de finalización, lo que implicaría finalizar el nivel obligatorio sin repetir ningún año, la eficiencia sería de 27,7%. Estas tasas pueden variar según el año seleccionado. Ferrés y Cid trabajaron con la ECH 2006-2007 encuentran que solo el 30% de los jóvenes de 20 años habían finalizado la educación secundaria, según datos la ECH en 2012-2013 del INE procesada por el INEEEd este valor es 27,7%

<sup>19</sup> Notación propia en base a V&Z (2013) y Raj y Howard (2013).

<sup>20</sup> Se anexa tabla con valores obtenidos a partir de la ECH 2012-2013. Ver cuadro 13. Algunos resultados comparables con esta estimación pueden verse en Alves et al. 2012.

<sup>21</sup> Encontrar un único impuesto implica un alto nivel de simplificación. La carga tributaria contempla un abanico mucho más amplio de impuestos con diferentes características y fines, asociados a otros factores productivos además del trabajo, como la tierra y el capital. Además debemos suponer que los ingresos son una aproximación del producto bruto de la economía.

gasto total) se obtiene a partir de un único impuesto de 19%.<sup>22</sup> Proporcionalmente, el impuesto sobre el trabajo, necesario para financiar el gasto educativo es  $\tau = 3,47\%$ . Una vez definidos todos los parámetros del modelo quedan determinados el umbral de decisión de los agentes. Así el umbral de calificación  $\Lambda = 0,0048$ . El siguiente cuadro sintetiza las variables de gasto y matrícula seleccionados para representar la economía uruguaya.

**CUADRO 2. Resumen de variables y parámetros del modelo en el escenario base.**<sup>23</sup>

<b>Variable o parámetro</b>	<b>Definición de la variable o parámetro.</b>	<b>Valores (año 2013)</b>
$X_t$	Gasto público en el nivel obligatorio (Millones de USD)	1.892
$G_t$	Gasto público en el nivel terciario (Millones de USD)	539
$E_t$	Gasto público educativo total (Millones de USD)	2.430
$\gamma$	Proporción de recursos públicos destinados al nivel obligatorio (en porcentaje)	77,8
$L(A_t)$	Cantidad de estudiantes que asisten al nivel terciario	185.129
$L(\sim A_t)$	Cantidad de estudiantes que no asisten al nivel terciario	449.687
$L_t$	Total de estudiantes que asisten a nivel básico y obligatorio.	634.816
$\theta$	Tasa de abandono y repetición (en porcentaje)	61,5
$\xi$	Tasa de eficiencia del sistema educativo a nivel obligatorio (en porcentaje)	38,5
$B$	Diferencial salarial por calificación o “skill premium”	2
$w_t$	Salario líquido promedio anual (miles de USD)	11,9
$j$	Edad relativa en que los jóvenes abandonan el sistema educativo e ingresan al mercado laboral(entre 0 y 1)	0,29
$\tau$	Impuesto sobre el salario (en porcentaje)	3,47
$m^*$	Valor de la matrícula terciaria por estudiante (miles de USD)	3,77
$m$	Gasto privado por estudiante en el nivel terciario (miles de USD)	0,86
$g$	Gasto público por estudiante en el nivel terciario (miles de USD)	2,91
$x$	Gasto público por estudiante en el nivel obligatorio (miles de USD)	2,98
$\Lambda_t$	Umbral de educación o calificación (sobre mil)	4,80
$v_t$	Umbral de apoyo político al subsidio al nivel superior (sobre mil)	5,86

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF.

<sup>22</sup> El valor del parámetro es estimado partiendo de la carga tributaria promedio de Uruguay es el 19 % del producto bruto interno Datos obtenidos del Informe Panorama fiscal de América Latina y el Caribe Reformas tributarias y renovación del pacto fiscal, CEPAL 2013. Ver cuadro 9 en Anexo de cuadros y datos.

<sup>23</sup> Ver en Anexo metodológico aclaración sobre la simulación de los restantes parámetros.

#### IV. Resultados del trabajo

Los diferentes ejercicios de políticas que se realizan consideran la variación marginal de una de las variables o parámetros *ceteris paribus*. Los ejercicios propuestos son: Ejercicio 1: incremento marginal del gasto público ( $E_t$ ), manteniendo el equilibrio presupuestal, mediante ajuste de impuestos en el mismo período. Ejercicio 2: incremento marginal de los recursos destinados al nivel obligatorio ( $\gamma_t$ ), en detrimento del nivel terciario. Ejercicio 3: mejora marginal en el grado de eficiencia del nivel obligatorio ( $\xi$ ).

Los ejercicios de simulación se realizan sobre el umbral de decisión de los agentes respecto a volverse o no calificados (Ec. 12'), considerando dos alternativas extremas en el grado de reacción que presenta el gasto privado respecto al subsidio público a nivel superior (Sup. 1).

Siguiendo al modelo original, la primera alternativa asume que el subsidio del gobierno es recogido totalmente por las familias e incorporado en su problema de maximización, así, cualquier variación en el subsidio impacta sobre el gasto privado, desplazándolo en igual proporción. Denominamos este primer escenario “gasto privado variable”

La segunda alternativa supone que una variación del gasto público no desplaza gasto privado. En este caso el subsidio público no afecta la decisión de gasto en educación de las familias, debido a una multiplicidad de factores, como ser: ineficiencias en el sistema, apropiación del subsidio por parte de otros agentes en lugar de las familias, entre otros. Denominamos a esta segunda alternativa “gasto privado rígido”.

La evidencia empírica<sup>24</sup> muestra que el gasto público evolucionó en los últimos diez años, a mayor velocidad que el gasto privado, lo que supone un desplazamiento de tipo parcial, es decir, un comportamiento intermedio entre las dos alternativas propuestas. La calidad de la educación pública, el retorno esperado de la educación en relación a otros activos y las restricciones de crédito son algunos de los factores que pueden explicar que tan cerca de uno u otra hipótesis de comportamiento se ubiquen los individuos

En la simulación también se supone que el capital humano ( $H_t$ ) está dado durante un intervalo de tiempo, por ejemplo se sustenta únicamente con los aporte de los adultos activos en el período  $t$ .

---

<sup>24</sup> Ver Anexo metodológico o INEEd 2014.

**CUADRO 4. Efecto de simulación de políticas sobre el umbral de calificación bajo dos escenarios.**

Políticas / Escenarios (Valor del Umbral en el escenario inicial: $\Lambda = 0,0048$ )	1-Gasto privado	2-Gasto privado
	variable	rígido
<b>Ejercicio 1.</b> Incremento del gasto público ( $E_t$ ) en 1% manteniendo equilibrio presupuestal.	-3,7%	-0,3%
<b>Ejercicio 2.</b> Desvío de recursos en favor del nivel obligatorio ( $\gamma$ ) en 1%.	11,4%	-0,4%
<b>Ejercicio 3.</b> Mejora marginal (1%) en el grado de eficiencia del nivel obligatorio ( $\xi$ )	-4,2%	-4,2%

Fuente: Elaboración propia

Los resultados del ejercicio 1 muestran que el incremento del gasto, manteniendo la asignación entre niveles, reduce el valor del umbral de trabajadores calificados, es decir, aumentan la cantidad de personas calificadas en el periodo siguiente, siendo mayor el efecto bajo la hipótesis de que el gasto privado reacciona ante variaciones del gasto público que cuando es independiente.

El incremento de los recursos totales implica aumentar los recursos hacia ambos niveles. En consecuencia el efecto final observado en la simulación es producto de tres efectos: *a*) aumenta el número personas preparadas para acceder al nivel superior debido al incremento del gasto en el nivel básico ( $x_t$ ); *b*) baja el gasto privado en educación superior debido al aumento del subsidio público ( $g_t$ ); *c*) baja el premio en términos absolutos que se obtiene de la educación universitaria, esto se debe al mayor pago de impuestos necesario para sostener el incremento del gasto.<sup>25</sup>

En el caso en que el gasto privado reacciona ante variaciones del subsidio público, como el efecto conjunto de *a*) + *b*) predominan sobre *c*), se observa que el umbral decrece. Cuando el gasto privado en educación es rígido, el efecto *b*) no existe y *a*) predomina sobre *c*), el umbral decrece pero en menor proporción.

El ejercicio 2 implica desvío de fondos hacia un sector en detrimento del otro. Justamente, uno de los objetivos del trabajo es poner en discusión la regla de asignación que actualmente existe, implícitamente más que explícita, de tipo inercial, en la asignación de recursos entre diferentes niveles educativos (o a agentes ejecutores del gasto asociado a estos niveles).<sup>26</sup> Se observa que los efectos de asignación del gasto entre niveles tienen signos contrapuestos según el grado de

<sup>25</sup> Esto se observa al comparar las ecuaciones (10) y (10'). Notar que este efecto se produce debido a que en el modelo suponemos que los impuestos caen sobre los trabajadores, mientras que en la realidad el efecto *c*) puede diluirse pues los impuestos recaen sobre otras personas y actividades productivas, no exclusivamente sobre capital humano.

<sup>26</sup> Suele asociarse a los agentes ejecutores: ANEP al nivel obligatorio y UDELAR al nivel terciario.

sustitución del gasto privado y gasto público a nivel superior, teniendo en consecuencia resultados indeterminados de esta política sobre la formación de capital humano.

En este segundo ejercicio de simulación, un desvío de recursos hacia el nivel básico, bajo la hipótesis de que el gasto privado varía en función del gasto público, se observa un aumento del umbral (menos personas van a volverse calificadas) debido a que un menor subsidio implica una mayor carga económica para los individuos (o sus familias) al momento de concurrir a la educación superior, volviendo al sistema más segmentado y exclusivo. Si en cambio el gasto privado es rígido ante variaciones del gasto público, el mayor gasto en el nivel básico reduce el umbral y genera más agentes calificados en el futuro. Así, el incremento de recursos hacia el nivel básico tiene mayor impacto que la reducción del subsidio en el nivel superior, resultando en mayor cantidad de personas con habilidades para acceder al nivel terciario.

Estos resultados son nuevamente consecuencia de dos efectos contrapuestos producto del desvío de recursos desde el nivel superior hacia el nivel básico: a) una mayor cantidad de personas preparadas para recibir educación superior y volverse calificadas; b) una mayor carga de gasto privado en educación superior y entonces menos personas con capacidad de educarse. En el cuadro 3 se observa que cuando el gasto privado reacciona ante variaciones del gasto público, el efecto de b) es superior al de a), en tanto que si el gasto privado es rígido, el efecto b) desaparece y el umbral se reduce a causa del efecto señalado en a).

Los resultados del tercer ejercicio de simulación muestran que una caída en la tasa de *abandono* o una mejora en la eficiencia, produce resultados contundentes sobre el umbral de decisión, bajo cualquier hipótesis respecto al comportamiento del gasto privado, debido al efecto multiplicador propio del sistema jerárquico. En consecuencia, si bien la forma de asignar el gasto es fundamental, para lograr que los efectos perduren en el tiempo, las políticas deberían afectar la eficiencia del sistema.

En síntesis, Los ejercicios de simulación de políticas ilustran que el efecto de las diferentes medidas de política económica sobre la formación de capital humano, dependen del grado de sustitución que presenta el gasto privado en educación en relación al gasto público. Los efectos de reasignación de gasto son indeterminados si no se conoce el grado de relación entre estas variables.

Las políticas de reasignación de recursos por niveles pueden tener importantes impactos en la generación de capital humano. Si el subsidio público al nivel superior no afecta las decisiones de gasto y ahorro de las familias, el aumento de recursos al nivel básico genera mayor capital

humano. Al contrario, si el subsidio es absorbido por los agentes e incorporado en su problema de maximización, un mayor subsidio a nivel superior incentiva la formación y la acumulación de mayor capital humano. A pesar de los resultados encontrados, se debe tener en cuenta que un cambio en el régimen de financiamiento es complejo debido a la existencia de rigideces en el gasto y costos fijos mínimos para mantener abierto un centro educativo.

En tanto un incremento de los recursos públicos y/o una mejora de la eficiencia del sistema a nivel básico presentan resultados robustos en la generación de capital humano, independientemente del comportamiento del gasto de las familias.

## **V. Conclusiones.**

El trabajo aborda algunos de los complejos problemas que presenta el sistema educativo uruguayo desde un enfoque macroeconómico con fundamentos microeconómicos, intentando responder dos interrogantes: ¿cómo impacta la asignación de gasto público en los diferentes niveles educativos sobre la generación de capital humano? y ¿cuáles son los principales factores que afectan las decisión de educación de los agentes además de la política de gasto público en educación?

En respuesta a la primera pregunta, se deriva del estudio que la asignación de gasto público entre niveles del sistema educativo puede modificar las decisiones de educación de los agentes y el stock de capital humano de la economía. A su vez, cualquier regla o reasignación de gasto entre niveles debe incorporar el grado de sustitución existente entre el gasto privado en educación y los recursos públicos, es decir, el grado en que el subsidio al nivel superior impacta sobre la decisión de educación de los agentes. Esta relación está vinculada a aspectos culturales e institucionales del sistema educativo y requerirá de un posterior análisis para determinar el nivel de interrelación entre estas variables.

Respecto a la segunda interrogante, se observa a partir de las derivaciones teóricas del modelo que la formación de capital humano no responde únicamente a la política de gasto público. Por el contrario, existen múltiples factores que influyen sobre la decisión de educación de los agentes, como ser: el retorno del capital físico en relación a la educación, el salario entre individuos calificados y no calificados y la forma de financiamiento de la educación, que son afectadas por diferentes políticas públicas. Debido a ello, los objetivos de la política educativa deben estar alineados a los de las demás políticas que afectan los incentivos de los individuos, de modo de lograr impacto sistémico en la generación de capital humano.



## Bibliografía

- Alves G., Amarante V., Salas G., y Vigorito A. (2012), La desigualdad del ingreso en Uruguay entre 1986 y 2009. Instituto de Economía. DT 03/12.
- Amarante y Dean (2012), Dinámica del mercado laboral formal uruguayo. Revista de economía, Vol. 20, N° 1, Mayo 2013. ISSN: 0797-5546.
- Arcalean y Schiopu (2010), Public versus private investment and growth in a hierarchical education system. Article in Journal of Economic Dynamics and Control 34(4):604-622.
- Bevia y Iturbe-Ormaetxe (2002), Redistribution and Subsidies for Higher Education. The Scandinavian Journal of Economics Volume 104, Issue 2, pages 321–340, June 2002.
- Blankenau W., Simpson N. y Tomljanovich M. (2005), Public education expenditures, taxation and growth: Linking data to theory.
- Bucheli Marisa (2000), El empleo de los trabajadores con estudios universitarios y su prima salarial. Documentos de trabajo N° 8. Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Sociales.
- Card D. and Krueger. A.B. (1990), Does school quality matter? returns to education and the characteristics of public schools in the united states.
- CEPAL (2013), Panorama fiscal de América Latina y el Caribe. Reformas tributarias y renovación del pacto fiscal. LC/L.3580©. Naciones Unidas.
- Driskill R. y Horowitz A. (2002). Investment in Hierarchical Human Capital. Review of Development Economics, 6(1), 48–58, 2002.
- Driskill R., Horowitz A. y Méndez F. (2009), Hierarchical Human Capital and Economic Growth: Theory and Evidence. Journal of Institutional and Theoretical Economics JITE 165 (2009), 723– 743 ©2009 Mohr Siebeck – ISSN 0932-4569.
- Estevan Fernanda y Verheyden Bertrand (2005), The political economy of public spending between compulsory and higher education. Department of Economics, University of Ottawa, 55 Laurier E. Ave, Ottawa, ON, Canada, K1N 6N5.
- Eckwert y Zilcha (2012), Private Investment in Higher Education: Comparing Alternative Funding Schemes. Economica Volume 79, Issue 313, pages 76–96, January 2012.
- Fernández y Rogerson (1995), On the Political Economy of Education Subsidies. The Review of Economic Studies Vol. 62, No. 2 (Apr., 1995), pp. 249-262.
- Ferrés y Cid (2009), Estudiando los retornos a la educación que esperan percibir los jóvenes uruguayos: recomendaciones para los diseñadores de políticas públicas sobre educación. Fondo de Investigación Carlos Filgueiraó– Programa INFAMILIA –Ministerio de Desarrollo.
- Furtado, M. y Llambí, C. (2005), Gasto Público en Educación: composición, evolución reciente y desafíos, en Inversión en la infancia en Uruguay, UNICEF.
- Garrat y Marshall (1994), Public Finance of Private Goods: The Case of College. Journal of Political Economy 1994, 102 (3), 566-582.
- Gradstein y Justman (1995), Competitive investment in higher education: The need for policy coordination. Economics Letters, 1995, vol. 47, issue 3-4, pages 393-400.
- Hanushek (1995), Interpreting recent research on schooling in Developing Countries. Working paper N°3. University of Rochester.

- Hanushek (2002), Publicly Provided Education. Handbook of Public Economics, in: A. J. Auerbach & M. Feldstein (ed.), Handbook of Public Economics, edition 1, volume 4, chapter 30, pages 2045-2141 Elsevier.
- Hanushek y Woessmann (2010), Do better schools lead to more growth? Cognitive skills, economic outcomes, and causation. *J Econ Growth* (2012) 17:267–321 DOI 10.1007/s10887-012-9081-x.
- Hanushek E. y Wößmann L. (2007), The Role of Education Quality in Economic Growth. World Bank Policy Research Working Paper 4122.
- Harbison y Hanushek (1992), School Resources and Student Achievement: Worldwide Findings and Methodological Issues. *Educate-Special Issue*, March 2008, pp 19-30.
- Hotchkiss y Shiferaw (2011), Decomposing the education wage gap: everything but the kitchen sink. *Rev. Fed. Reserve Bank St. Louis* 93 (4), 243–271.
- INEE (2014), Informe sobre el estado de la educación en Uruguay 2014, Instituto de Evaluación Educativa (INEE), Montevideo, Uruguay.
- Johnson G.E. (1984), Subsidies for higher education. *J. Labor Econ.* 2, 303–318.
- Lucas E. (1988), On the mechanics of economic development, *Journal of Monetary Economics* 22 (1988) 3-42. North-Holland.
- MEC (2013), Anuario estadístico de educación. Ministerio de Educación y Cultura. República Oriental del Uruguay. Edición amparada al decreto 218 / 96. Depósito legal 365.988.
- Moreira M., Patrón R. y Tansini R. (2007), La escuela pública: “Puede y debe rendir más...”. Resultados escolares de la cohorte de alumnos que cursaban 1° año en las escuelas públicas de Montevideo 1999-2005. Publicación de CSIC, Asdi y dECON.
- Patrón y Vaillant (2012), Presupuesto y logros educativos: claves para entender una relación compleja. El caso uruguayo. *Revista Uruguaya de Ciencia Política - Vol. 21 N°1 - ICP - Montevideo*.
- Patrón y Vaillant (2012b), Public Expenditure on Education and Skill Formation: Is There a Simple Rule to Maximize Skills? ISSN 1360-0818 print/ISSN 1469-9966 online/12/020261-11 q 2012 Oxford Department of International Development <http://dx.doi.org/10.1080/13600818.2012.678323>.
- Raj Subedi Bidya, Howard Mark (2013), Predicting High School Graduation and Abandon for At-Risk Students: A Multilevel Approach to Measure School Effectiveness. School District of Palm Beach County, Florida, U.S.A.
- Restuccia y Urrutia (2004), Intergenerational persistence of earnings: The role of early and college education. *The American Economic Review*, 94(5): 1354–1378.
- Rivkin, Hanushek y Kain, (2005), Teachers, Schools, and Academic Achievement. *Econometrica*, Vol. 73, No. 2. (Mar., 2005), pp. 417-458.
- Romero Gabriel (2007), Does the possibility of opting out of public education favor expenditure on basic education? Departamento de Fundamentos del Análisis Económico, Universidad de Alicante.
- Sen (1980). Equality of What? In *The Tanner Lecture on Human Values, I*, 197-220. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sen (2001). *Development as freedom* (2nd ed.). Oxford New York: Oxford University Press.
- Su Xuejuan (2004), The allocation of public funds in a hierarchical educational system. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(12):2485–2510.

- Su Xuejuan (2006), Endogenous Determination of Public Budget Allocation Across Education Stages. Economics, Finance and Legal Studies, University of Alabama, Tuscaloosa, AL 35487-0224.
- Viaene y Zilcha (2013), Public funding of higher education. *Journal of Public Economics* - 108 (2013) 78–89.
- Viaene y Zilcha (2002), Public education under capital mobility *Journal of economic dynamics & control*, Volumen 26, Pág. 2005-2036.
- Zilcha (2003), Intergenerational transfers, production and income distribution. *Journal of Public Economics*, 87(3-4):489–513.

## Anexos

### A. Anexo metodológico

#### II. Modelo teórico. Problema de maximización de los individuos (Nota 7- Aclaración 1)

$$MAX_{s_t, b_t, m_t} [U_t(\omega) = (c_t^a(\omega))^{\alpha_1} (c_t^r(\omega))^{\alpha_2} (y_{t+1}(\omega))^{\alpha_3}] \quad (11^*)$$

Sujeto a:

$$m_t(\omega) = 0 ; b_t(\omega) \geq 0 \quad (12^*)$$

$$c_t^a(\omega) = y_t(\omega) - s_t(\omega) - b_t(\omega) - m(\omega) \geq 0 \quad (13^*)$$

$$c_t^r(\omega) = (1 + r_{t+1})s_t(\omega) \geq 0 \quad (14^*)$$

Donde  $y_t(\omega)$  y  $y_{t+1}(\omega)$  son los ingresos correspondientes, dados ambos por las ecuaciones (10) y (10'), y  $h_{t+1}^l(\omega)$  es definido por Ec. (3') para un trabajador poco calificado ( $m_t(\omega) = 0$ )

O considerar el problema de Maximización planteado en la ecuación (11\*) reemplazando la restricción (12\*) por (12'\*) y manteniendo (13\*) y (14\*), siendo:

$$m_t(\omega) = m_t = m_t^* - g_t; b_t(\omega) \geq 0 \quad (12'^*)$$

Mientras  $h_{t+1}^s(\omega)$  es definido den la Ec. (3) para un trabajador calificado ( $m_t(\omega) = m_t^* - g_t$ ) y  $y_t(\omega)$  y  $y_{t+1}(\omega)$  están definidos por las ecuaciones (10) y (10').

Para los dos problemas de maximización planteados, dados  $K_0, H_0, \{(c_t^a(\omega)), (c_t^r(\omega)), s_t(\omega), b_t(\omega), m_t(\omega); w_t, r_t\}_{t=0}^{\infty}$  es un equilibrio competitivo si:

- i. Para cada fecha t, dados los precios de los factores ( $w_t, r_t$ ) y la política de educación pública  $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^{\infty}$ , el óptimo, bajo las condiciones (11\*) - (14\*) para el hogar  $\omega$  con un legado  $b_{t-1}(\omega)$ , es  $[c_t^a(\omega), c_t^r(\omega), s_t(\omega), b_t(\omega), m_t(\omega)] \geq 0$
- ii. Dada la función de producción agregada, el salario de trabajo efectivo  $w_t$  está determinado por el producto marginal (efectivo) del capital humano.
- iii. La política educativa  $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^{\infty}$  es factible y por lo tanto la restricción presupuestaria del gobierno en la Ec. (7) se mantiene en cada período t.

Después de sustituir todas las restricciones, las condiciones de primer orden que conducen a las condiciones necesarias y suficientes para un óptimo son (suponiendo soluciones interiores):

Condiciones de primer orden.

$$\frac{c_t^a(\omega)}{y_{t+1}(\omega)} = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \text{ si } b_t(\omega) > 0 \quad (15^*)$$

$$\frac{c_t^a(\omega)}{y_{t+1}(\omega)} < \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \text{ si } b_t(\omega) = 0 \quad (15'^*)$$

$$\frac{c_t^a(\omega)}{c_t^r(\omega)} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \quad (16^*)$$

La condición de primer orden en las Ecuaciones (15\*) y (15'\*) es la maximización de utilidad con respecto a  $b_t(\omega)$ , y en la Ec. (16\*) lo es con respecto a  $s_t(\omega)$ . Asumimos que las transferencias intergeneracionales son unidireccionales y por lo tanto no puede tomar valores negativos a lo largo de la trayectoria de equilibrio. Esto es garantizado por la siguiente condición suficiente. Dada la política

educativa factible  $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^{\infty}$  y la tasa de interés internacional  $\{r_t\}$ , para todas las generaciones siguientes  $t$  y todos los  $\omega \in N_t$ , el consumo óptimo satisface:

$$\frac{c_t^a(\omega)}{y_{t+1}(\omega)} \leq \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{1}{(1+r_{t+1})} \quad t = 1, 2, \dots \quad (15^{**})$$

De las ecuaciones (14\*), (15\*) y (16\*) obtenemos que:

$$s_t(\omega) = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \frac{1}{(1+r_{t+1})} y_{t+1}(\omega) \quad (17^*)$$

Usando la Ec. (17\*) y las definiciones del ingreso de las Ec. (10) y Ec. (10'),

$$y_{t+1}^l(\omega) = (1-\tau)h_{t+1}^l(\omega)[jw_t(1+r_{t+1}) + w_{t+1}] + (1+r_{t+1})b_t^l(\omega)$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = (1-\tau)h_{t+1}^s(\omega)w_{t+1} + (1+r_{t+1})b_t^s(\omega)$$

Obtenemos la expresión para el legado si los herederos se volvieran trabajadores poco calificados.

$$b_t^l(\omega) = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} s_t(\omega) - \frac{(1-\tau)[jw_t(1+r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1+r_{t+1})} h_{t+1}^l(\omega) \geq 0 \quad (18^*)$$

Igualmente, para un heredero calificado:

$$b_t^s(\omega) = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} s_t(\omega) - \frac{(1-\tau)w_{t+1}}{(1+r_{t+1})} h_{t+1}^s(\omega) \geq 0 \quad (18^{*'})$$

Debido a la libre movilidad de capitales, ambas transferencias intergeneracionales son afectadas por las condiciones del mercado internacional. Esto se debe a que cuando los padres son racionalmente altruistas y toman decisiones hacia el futuro con respecto a transferencias financieras directas y/o inversiones para adquirir habilidades, comparan el retorno del capital físico con el del capital humano. Por lo tanto, en esta consideración se toma en cuenta la tasa de interés futuro y el salario futuro respectivamente.

Sustituyendo las ecuaciones. (18\*) y (18\*'') en las ecuaciones. (10) y (10'), respectivamente, y haciendo uso de condiciones de primer orden (15\*) y (16\*) se obtiene la forma reducida del ingreso del individuo  $\omega$  que es tanto un heredero calificado o poco calificado:

Notar que podemos resolver plenamente de la trayectoria del equilibrio competitivo, teniendo en cuenta los parámetros en el período  $t$  (incluyendo  $Z_{t+1}(\omega)$ ). Usando las dos expresiones anteriores, vemos que  $y_{t+1}(\omega)$  se puede calcular en el período  $t$ , por lo tanto podemos resolver para el óptimo  $(c_t^a(\omega), c_t^r(\omega), s_t(\omega))$ , usando las Ecs. (15\*), (16\*) y (17\*). Las dos expresiones para  $y_{t+1}(\omega)$  exhiben una persistencia intergeneracional en los ingresos, es decir:

$$\frac{\partial y_{t+1}^l(\omega)}{\partial y_t(\omega)} = \frac{\partial y_{t+1}^s(\omega)}{\partial y_t(\omega)} = \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1+r_{t+1})$$

Esta expresión es creciente en el parámetro de altruismo  $\alpha_3$  y la tasa de interés en un período futuro. En particular, la persistencia es similar para todos los hogares  $\omega$  desde  $\alpha_3$  se supone que es el mismo para todas las familias y  $(1+r_{t+1})$  es dado para todos.

## II. Modelo teórico. Demostración del Umbral de calificación (Nota 10-Demostracion 1).

Considere el caso en que el joven es calificado. Sustituyendo las condiciones de primer orden en la Ec. (13\*) y resolver para  $b_t(\omega)$ . Haciendo uso de la Ec. (18\*) somos capaces de resolver  $y_{t+1}^s(\omega)$ . Repito los mismos pasos para el caso en que el mismo joven es poco calificados para derivar  $y_{t+1}^l(\omega)$ .

$$y_{t+1}^s(\omega) > y_{t+1}^l(\omega) \Leftrightarrow U_t^s(\omega) > U_t^l(\omega)$$

Implica

$$y_{t+1}^l(\omega) = \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1 + r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi + y_t(\omega) \right\}$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} BZ_{t+1}(\omega) X_t^\xi - (m_t^* - g_t) + y_t(\omega) \right\}$$

Recordando que  $m_t = m_t^* - g_t$  y  $Z_{t+1} = \theta_t(\omega) h_t^v(\omega)$   
Re expresamos.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} BZ_{t+1}(\omega) X_t^\xi - (m_t^* - g_t) + y_t(\omega) \right\} \\ & > \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1 + r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi + y_t(\omega) \right\} \end{aligned}$$

Tenga en cuenta que esta desigualdad se mantiene sólo si la condición (12) se mantiene. Más sobre ella es fácil comprobar que cuando la Ec. (12) se cumple el conjunto de individuos calificados está dada por la Ec. (13).

$$(1 - \tau)B\theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^\xi w_{t+1} - m_t(1 + r_{t+1}) > (1 - \tau)\theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^\xi [jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]$$

$$\theta_t(\omega)h_t^v(\omega) \left\{ (1 - \tau)BX_t^\xi w_{t+1} - (1 - \tau)X_t^\xi [jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] \right\} > m_t(1 + r_{t+1})$$

Entre corchetes tenemos:  $(1 - \tau)BX_t^\xi w_{t+1} - (1 - \tau)X_t^\xi [jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] = (1 - \tau)X_t^\xi \{Bw_{t+1} - w_{t+1} - jw_t(1 + r_{t+1})\}$

Despejo y sustituyo  $Z_{t+1}$

$$Z_{t+1} > \frac{m_t(1 + r_{t+1})}{(1 - \tau)X_t^\xi} \left[ \frac{1}{(B - 1)w_{t+1} - jw_t(1 + r_{t+1})} \right]$$

Multiplico dentro y fuera de  $\left[ \frac{1}{(B - 1)\frac{w_{t+1}}{1 + r_{t+1}} - jw_t} \right]$  por  $(1 + r_{t+1})$

Me queda el Umbral:

$$\Lambda_t = \left( \frac{1}{1 - \tau} \right) \left[ \frac{1}{(B - 1)\frac{w_{t+1}}{1 + r_{t+1}} - jw_t} \right] \left( \frac{m_t^* - g_t}{X_t^\xi} \right)$$

$$(m_t = m_t^* - g_t)$$

Luego:

$$\Lambda_t = \{\omega | Z_{t+1}(\omega) \geq \Lambda_t\}$$

## II. Modelo teórico. Asignación del gasto público por nivel - Resultado 1 (Nota 13-Derivación y demostración)

*Resultado 1.* Se espera que un aumento de los fondos hacia la educación obligatoria reduzca el conjunto de trabajadores calificados si y solo si:

$$\frac{X_t}{L(A_t)(m_t^* - g_t)} > \xi \quad (17)$$

Esto se cumple bajo el supuesto original del modelo donde el gasto privado se reduce a consecuencia del incremento del gasto público (Sup. 1). En cambio, si esperamos que el gasto privado no reaccione ante variaciones del gasto público, el efecto de un aumento de los fondos hacia el nivel obligatorio, aumenta el conjunto de trabajadores, si y solo si se cumple la condición (17).

Para verificar el Resultado 1, diferenciamos la ecuación (16) respecto a la forma de asignación del gasto:

$$\frac{\partial((m_t^* - g_t)/X_t^\xi)}{\partial \gamma_t} = \frac{\xi}{\gamma_t^{1+\xi}(\tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\} \quad (17b)$$

La Ec. (17b) da respuesta a un aumento en la proporción de gasto en la educación obligatoria sabiendo que ese aumento es logrado a costa de la educación superior. La derivada parcial es positiva, siempre y cuando la condición (17) se cumple.

Esta condición se obtiene a partir de la imposición de algunos supuestos. En particular, el gasto total en educación debe ser una variable predeterminada es decir no debe depender de la decisión de educar o no educar a los hijos de los adultos en el período  $t$ . Para ello se requiere que  $H_t$  sea predeterminada, tal como se la definió en la Ec. (5) parte de ella depende del capital humano de los individuos nacidos en  $t$  y que no siguen la educación superior. Para quitar el vínculo se requiere que o bien  $j = 0$  o si  $j > 0$ , que estos trabajadores jóvenes no tributen para financiar la educación del período corriente. Esta es una variante requerida de la estructura del modelo de V&Z (2013) y utilizada más adelante en los ejercicios de simulación.

A continuación se deriva el resultado alcanzado en el modelo original tomando en cuenta los supuestos utilizados implícitamente por los autores, además se agrega la derivación completa sin tomar en cuenta los supuestos simplificadores.

**Demostración : Para demostrar el siguiente resultado,**

$$\frac{\partial((m_t^* - g_t)/X_t^\xi)}{\partial \gamma_t} = \frac{\xi}{\gamma_t^{1+\xi}(\tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\}$$

Consideremos

$$X_t^\xi = [\gamma_t \tau w_t H_t]^\xi$$

$$G_t = g_t L(A_t) = (1 - \gamma_t) \tau w_t H_t, \text{ por lo tanto,}$$

$$g_t = \frac{(1 - \gamma_t) \tau w_t H_t}{L(A_t)}$$

Utilizando la derivada del producto, y suponiendo  $m_t^*$  exógeno:

$$\frac{\partial(m_t^* - g_t)}{\partial \gamma_t} = \frac{\tau w_t H_t}{L(A_t)},$$

Y

$$\frac{\partial X_t^{-\xi}}{\partial \gamma_t} = \frac{\partial [\gamma_t \tau w_t H_t]^{-\xi}}{\partial \gamma_t} = -\xi (\gamma_t \tau w_t H_t)^{-\xi-1} (\tau w_t H_t)$$

$$\frac{\partial ((m_t^* - g_t) * X_t^{-\xi})}{\partial \gamma_t} = \frac{\tau w_t H_t}{L(A_t)} (\gamma_t \tau w_t H_t)^{-\xi} + \left[ m_t^* - \frac{(1 - \gamma_t) \tau w_t H_t}{L(A_t)} \right] (-\xi) (\gamma_t \tau w_t H_t)^{-\xi-1} (\tau w_t H_t)$$

Factorizando

$$\frac{\tau w_t H_t}{(\gamma_t \tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{L(A_t)} + \left[ m_t^* - \frac{(1 - \gamma_t) \tau w_t H_t}{L(A_t)} \right] \frac{(-\xi)}{(\gamma_t \tau w_t H_t)} \right\}$$

Sustituimos  $g_t$  y  $X_t$  dentro de los paréntesis rectos quedando la expresión de la forma:  $\left[ \frac{m_t^* - g_t}{X_t} (-\xi) \right]$

Entonces operando convenientemente con  $X_t$  y  $\xi$  obtenemos:

$$\frac{\tau w_t H_t}{\gamma_t^\xi \tau w_t H_t^\xi} \frac{\xi}{X_t} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\}$$

Desarrollando  $X_t$  y operando en el denominador fuera del paréntesis obtenemos la expresión deseada.

#### Comentarios de la derivación-Aclaración

Sin utilizar los supuestos antes mencionados, la derivación del umbral implica la iteración más compleja entre las variables, de modo que:

$$\frac{\partial ((m_t^* - g_t)/X_t^\xi)}{\partial \gamma_t} = \frac{\xi}{\gamma_t^{1+\xi} (\tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\}$$

Consideremos

$$X_t^\xi = [\gamma_t \tau w_t H_t]^\xi$$

$$\frac{\partial ((m_t^* - g_t)/X_t^\xi)}{\partial \gamma_t} = \frac{\xi}{\gamma_t^{1+\xi} (\tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\}$$

$$\Lambda_t = k_t r_t = \frac{m_t^* - g_t}{X_t^\xi} = k_t \frac{m_t^* - (1 - \gamma_t) \tau w_t H_t / L(A_t)}{(\gamma_t \tau w_t H_t)^\xi} =$$

$$k_t \left[ \frac{m_t^*}{(\gamma_t \tau w_t H_t)^\xi} - \frac{1}{L(A_t) \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{\xi-1}} + \frac{1}{L(A_t) \gamma_t^{\xi-1} (\tau w_t H_t)^{\xi-1}} \right] =$$

$$\Lambda_{t\gamma} = k_t \left[ \frac{m_t^*}{\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi} + \frac{(\tau w_t H_t)^{\xi-1} \gamma_t^\xi (\Lambda_{t\gamma} L_{\Lambda_t}(A_t) + \xi \gamma_t^{-1} L(A_t))}{L(A_t)^2 \gamma_t^{2\xi} (\tau w_t H_t)^{2(\xi-1)}} - \frac{(\tau w_t H_t)^{\xi-1} \gamma_t^{\xi-1} (\Lambda_{t\gamma} L_{\Lambda_t}(A_t) + (\xi - 1) \gamma_t^{-1} L(A_t))}{L(A_t)^2 \gamma_t^{2(\xi-1)} (\tau w_t H_t)^{2(\xi-1)}} \right] =$$



$$\begin{aligned}
& k_t \left[ \frac{m_t^*}{\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi} + \frac{(\Lambda_{t\gamma} L_{\Lambda_t}(A_t) + \xi \gamma_t^{-1} L(A_t))}{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} - \frac{(\Lambda_{t\gamma} L_{\Lambda_t}(A_t) + (\xi - 1) \gamma_t^{-1} L(A_t))}{L(A_t)^2 \gamma_t^{(\xi-1)} (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right] \\
& \Lambda_{t\gamma} \left[ 1 - \frac{(1 - \gamma_t) L_{\Lambda_t}(A_t)}{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right] = k_t \left\{ \frac{m_t^*}{\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi} + \frac{L(A_t) [\xi \gamma_t^{-1} - (\xi - 1)]}{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right\} \\
& \Lambda_{t\gamma} \left[ \frac{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)} - (1 - \gamma_t) L_{\Lambda_t}(A_t)}{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right] = \\
& k_t \left\{ \frac{m_t^* L(A_t)^2 X_t^\xi (\tau w_t H_t)^{-1} + (\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi) L(A_t) [\xi \gamma_t^{-1} - (\xi - 1)]}{(\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi) L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right\} \\
& \Lambda_{t\gamma} = \frac{X_t^\xi L(A_t) [m_t^* L(A_t) (\tau w_t H_t)^{-1} + \xi \gamma_t^{-1} (\xi \gamma_t^{-1} - (\xi - 1))]}{L(A_t)^2 X_t^\xi (\tau w_t H_t)^{-1} - (1 - \gamma_t) L_{\Lambda_t}(A_t)} \\
& = \frac{\left\{ m_t^* + \frac{g}{(1 - \gamma_t)} \xi \gamma_t^{-1} [\xi \gamma_t^{-1} - (1 - \xi)] \right\}}{1 - \frac{(1 - \gamma_t) L_{\Lambda_t}(A_t)}{L(A_t)^2 X_t^\xi (\tau w_t H_t)^{-1}}} = \\
& = \frac{\left\{ m_t^* + \frac{g}{(1 - \gamma_t)} \xi \gamma_t^{-1} [\xi \gamma_t^{-1} - (1 - \xi)] \right\}}{1 - \left[ \frac{g L_{\Lambda_t}(A_t)}{L(A_t) X_t^\xi} \right]}
\end{aligned}$$

Lo que no arroja el mismo resultado que el obtenido por los autores.

#### IV. Modelo teórico- Comportamiento de $m_t^*$ y evidencia empírica. (Nota 3, 17-Supuesto 1)

La Ec. (2) recoge la interacción entre el valor de la matrícula terciaria, el gasto privado en este nivel y el subsidio público ( $m_t^* = m_t + g_t$ ). Sabemos que el gobierno puede realizar política fiscal activa incrementando o disminuyendo el nivel de subsidio ( $g_t$ ). Consideramos un supuesto de comportamiento del gasto privado ( $m_t$ ) entre dos escenarios extremos, uno en el que depende del gasto público, ante un incremento del subsidio público el gasto privado se reduce y por lo tanto el valor de la matrícula ( $m_t^*$ ) se mantiene constante (supuesto original del modelo) y en el otro extremo, el escenario en que el gasto privado no responde ante variaciones del subsidio público, entonces  $m_t$  es constante y  $m_t^*$  variable.

En algunas economías o segmentos de mercado, el valor de la matrícula de acceso a centros educativos se observa como una variable de mercado, que varía según el tipo de formación, carrera y prestigio de centro educativo, entre otros. Sin embargo en Uruguay esto es más complejo, ya que si bien existen centros privados para los cuales podría obtenerse un valor promedio de la matrícula los mismos captan el 11% del mercado, lo cual hace complejo estimar el valor de la variable para el total del mercado a partir de esta proporción. El restante 89% del servicio es provisto por centros públicos, subsidiados por el estado, y por lo tanto no existen precios de mercado para estos servicios. Definir así el valor de  $m_t^*$ , implica el uso de algunos supuestos.

Un análisis de comportamiento de estas variables en los últimos 10 años nos puede aportar elementos sobre el realismo de las hipótesis planteadas. El gasto privado en educación redujo su participación respecto del 30% al 25% respecto al gasto total, lo que apoya la hipótesis de la existencia de una matrícula fija, en la cual el gasto público desplaza al gasto privado. Sin embargo para que exista un desplazamiento total deberíamos pensar que ante un incremento dado del gasto público, el gasto privado se desplaza en igual proporción.

Por otra parte el informe también indica que en los últimos nueve años la participación de la enseñanza terciaria aumento de 17% a 21% del gasto privado curricular, como resultado de la significativa expansión de los servicios de enseñanza universitaria y terciaria no universitaria brindados por el sector privado. Lo que daría soporte a la hipótesis de que no existe desplazamiento de un tipo de gasto por otro, por lo que una matrícula con valor variable representa mejor la realidad, donde el gasto privado es rígido ante un incremento de los recursos públicos hacia el nivel terciario. En este sentido estos mayores recursos aumentarían el “costo de la matrícula”, estimada como el cociente entre el total de recursos destinados al nivel terciario sobre la cantidad de personas que reciben educación en ese nivel.

### III. Simulación de escenario base. Nota 23

El salario promedio mensual de los trabajadores se estimó para el año 2013 en 993 dólares<sup>27</sup>. En el modelo se utilizan los ingresos salariales anuales  $w_t = 11.912$ .<sup>28</sup>

Se considera que todos los alumnos de nivel obligatorio concurren a la educación pública, por lo que la cantidad total de alumnos que concurren al nivel obligatorio es  $L_t = 634.816$ .<sup>29</sup> El total de alumnos que concurren al nivel terciario igual a  $L(A_t) = 185.129$  por lo tanto los jóvenes que no asisten al nivel terciario son  $L(\sim A_t) = 449.687$ .

En tanto  $j$  es la edad relativa en la que los jóvenes abandonan los estudios para ingresar al mercado de trabajo. Este valor se estima considerando la opción dicotómica de estudiar o trabajar, tal vez no del todo realista para el caso uruguayo. Es decir que si  $j$  está acotado entre 0 y 1, siendo 1 cuando un “joven” finaliza la universidad, se supone que en promedio sucede a los 28 años, y que ingresan al mercado laboral en promedio a los 20 años, lo que representaría un  $j = 0,29$ .

## B. Anexo de cuadros y datos

### III) Simulación del escenario base.

**CUADRO 5. Gasto público total, en educación y Producto bruto interno para Uruguay**

Variables/Año	Series de datos macro 2004-2014 (datos en millones de \$)										
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Educación	12,7	13,6	15,5	18,9	24,2	30,2	32,5	38,9	45,1	51,8	59,1
Gasto Publico	88,5	90,5	117,2	133,7	155,7	178,5	196,6	222,6	255,1	294,1	336,7
Seg. Social	14,5	13,4	26,4	29,3	34,7	38,9	44,5	56	64,4	74	82,4
GP sin S/S	74	77,1	90,8	104,4	120,9	139,6	152,1	166,6	190,6	220,1	254,4
PIB	392,8	425	471,3	549,5	636,2	714,5	808,1	926,4	1043,6	1178,2	1336
Educ/GP	14,4%	15,1%	13,2%	14,1%	15,5%	16,9%	16,5%	17,5%	17,7%	17,6%	17,6%
Educ/GP sss	17,2%	17,7%	17,1%	18,1%	20,0%	21,7%	21,4%	23,3%	23,7%	23,5%	23,2%
Educ/pib	3,2%	3,2%	3,3%	3,4%	3,8%	4,2%	4,0%	4,2%	4,3%	4,4%	4,4%
VAR Educ/GP sss		5%	-12%	7%	10%	9%	-2%	6%	1%	0%	0%
VAR Educ/pib		3%	-3%	6%	11%	8%	-1%	9%	1%	-1%	-1%

Fuente: Elaboración propia en base a datos de BCU, CGN (ejecución presupuestal tomo I)

<sup>27</sup> Estimaciones realizadas partir de la ECH 2013 del INE. Amarante y Dean (2012) obtienen valores similares de salario promedio, llevados a nuestro año de análisis..

<sup>28</sup> Los valores de los salarios están expresados en dólares en el modelo, en tanto que  $j$  se estima como el tiempo restante de la juventud destinada al trabajo,  $(1-20/28)$ .

<sup>29</sup> Del total de 761.476 estudiantes, se excluyen 126.660 que asisten a centros privados. Ver cuadro 10 en Anexo de cuadros y datos.

CUADRO 6.

**Gasto público y privado por niveles según prestador**  
(Valores en USD)

Niveles/ Sector	Gasto en educación (millones)			Cantidad de alumnos matriculados			Gasto por alumno		
	publico	privado	total	publico	privado	total	publico	privado	total
Obligatoria	1.892	613	2.505	634816	126.660	761.476	2.980	4.838	3.289
Terciaria	539	160	699	164313	20.816	185.129	3.277	7.686	3.778
<b>Total</b>	<b>2.430</b>	<b>773</b>	<b>3.203</b>	<b>799129</b>	<b>147.476</b>	<b>946.605</b>	<b>3.041</b>	<b>5.240</b>	<b>3.384</b>

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEEd, MEC, MEF.

CUADRO 7. **Gasto y matrícula estudiantil por nivel según tipo de centro educativo.** (En porcentajes)

Participación en gasto y matrícula				
Nivel	Gasto público	Gasto privado	Matricula pública	Matricula privado
Primaria	0,76	0,24	0,80	0,20
Secundaria	0,77	0,23	0,87	0,13
Terciaria	0,80	0,20	0,89	0,11

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEEd, MEC, MEF.

CUADRO 8. **Distribución del gasto público en educación según niveles**  
(Valores en USD)

Nivel educativo	Gasto (millones)	Ponderación
Obligatorio	1.892	77,8%
Terciario	539	22,2%
<b>Total</b>	<b>2.430</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEEd, MEC, MEF.

CUADRO 9.

**Presupuesto público educativo y carga tributaria**

Equilibrio presupuestario			
	Gasto Público (millones de USD)	Proporción del gasto (porcentaje)	Impuesto equivalente (₺)
Total presupuestc	13.291	100	19
Educación/Total	2.430	18,28	3,47

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEEd, MEC, MEF.

CUADRO 10.

**Alumnos matriculados por niveles, según tipo de prestador**

Nivel	Cantidad de alumnos matriculados			Ajustado al modelo
	Publico	Privado	Total Sistema	
Obligatoria	634.816	126.660	761.476	634.816
Terciaria	164.313	20.816	185.129	185.129
<b>Total</b>	<b>799.129</b>	<b>147.476</b>	<b>946.605</b>	<b>819.945</b>

Fuente: Elaboración propia en base a datos del MEC.

CUADRO 11.

**Gasto por alumno según tipo de prestador a nivel terciario**

Nivel	Cantidad de alumnos			Gasto por alumno (miles de USD)		
	Publico	Privado	Total	Publico	Privado	Promedio ponderado
Terciaria	164.313	20.816	185.129	3,28	7,73	3,78

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF.

El cuadro 12 muestra cómo quedan determinadas las variables agregadas y por estudiante que se utilizarán en la simulación del escenario base, luego de excluidos tanto el gasto privado como los estudiantes que asisten a centros privados.

**CUADRO 12. Gasto educativo público y privado según niveles, globales y por estudiante (Valores en USD)**

Nivel educativo/ Financiadore	Gasto agregado (millones)			Alumnos matriculados	Gasto por estudiante (miles)		
	publico	privado	total		publico	privado	total
Obligatoria	1.892		1.892	634.816	2,98		2,98
Terciaria	539	160	699	185.129	2,91	0,87	3,77
<b>Total</b>	<b>2.430</b>	<b>160</b>	<b>2.590</b>	<b>819.945</b>	<b>2,96</b>	<b>0,94</b>	<b>3,91</b>

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF.

**CUADRO 13. Ingresos de salario promedio y mediano según nivel educativo (Nota 30)**

**Ingresos de la ocupación principal según nivel educativo**  
(pesos corrientes de 2013)

	Promedio	Mediana
Sin educación formal	12.025	10.000
Primaria incompleta	12.522	10.000
Primaria completa	15.795	13.819
Ed. Básica incompleta	16.513	14.336
Ed. Básica completa	19.276	16.751
Ed. Superior incompleta	20.857	17.751
Ed. Superior completa	25.724	21.601
Terciaria incompleta	25.256	20.736
Terciaria completa	36.882	29.751
Posgrado completo o incompleto	52.574	41.727

Fuente: Elaboración propia en base a ECH 2013

**CUADRO 14. Gasto en educación en Uruguay en el año 2013 por agente, según niveles. (Valores en USD)**

Nivel educativo	Gasto Público (millones)	Gasto Privado (millones)	Gasto total (millones)	Matricula Cantidad de alumnos	Gasto público p/alumno	Gasto privado p/alumno	Gasto total por alumno
Primaria	1.016	320	1.336	423.842	2.397	756	3.152
Secundaria	876	290	1.166	337.634	2.594	858	3.453
Terciaria	539	160	699	185.129	2.909	865	3.774
Sin nivel	228		228				
<b>Total</b>	<b>2.658</b>	<b>770</b>	<b>3.429</b>	<b>946.605</b>	<b>2.567</b>	<b>814</b>	<b>3.381</b>

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF.